Colección Aulas Universitarias

SERIE ÓPTIMIZA

LIBRO 2

INVENTARIOS, PROYECTOS, LÍNEAS DE ESPERA, SIMULACIÓN

Ing. ALEJANDRO ROBERTI
Ing. GUSTAVO CHIJANI
Ing. ESTEBAN GIDEKEL

EdUNLu
Editorial Universidad Nacional de Luján

SERIE Optimiza

Libro 2

Inventarios, Proyectos, Líneas de espera, Simulación

SERIE Optimiza

Libro 2

Inventarios, Proyectos, Líneas de espera, Simulación

Autores:

Ing. Alejandro Roberti

Ing. Gustavo Chijani

Ing. Esteban Gidekel

EdUNLu
Editorial Universidad Nacional de Luján

Roberti, Alejandro
Optimiza: libro 2 : inventarios, proyectos, líneas de espera, simulación /Alejandro Roberti ; Gustavo Chijani ; Esteban Gidekel. - 1a ed - Luján : EdUNLu, 2024.
Libro digital, PDF - (Aulas Universitarias)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-631-6582-05-8

1. Métodos Pedagógicos. 2. Matemática para Ingenieros. 3. Ingeniería Alimentaria. I. Chijani, Gustavo. II. Gidekel, Esteban. III. Título.
CDD 510.711

CiN REUN
Red de Editoriales
de las Universidades Nacionales
de la Argentina

L U A
Libro
Universitario
Argentino

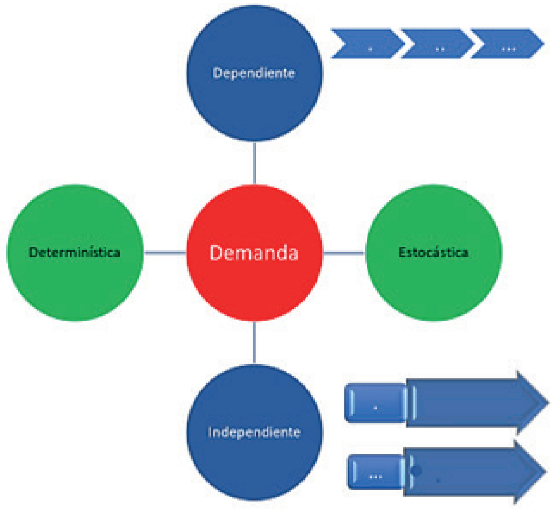
Queda hecho el depósito que establece la Ley 11.723

2.1. Administración de inventarios

> La administración de inventarios es una técnica que permite mantener en depósito los materiales necesarios para la producción de bienes, servicios, provisión o ventas directas sin caer en problemas de escasez, aprovechando economías por compra de cantidades en determinados momentos, mantener un adecuado flujo en la corriente principal del establecimiento (flujo productivo, flujo de servicios, flujo de ventas, etc.) y evitar costos de mantenimiento de almacenes sobrecargados, o pérdidas por vencimiento de productos perecederos u obsolescencia. El administrador de inventarios debe saber en cualquier momento cuándo y cuánto reponer de cada uno de los ítems que componen su almacén.

Es una parte del conjunto de actividades comúnmente denominadas ***logística*** y se ha convertido en uno de los aspectos importantes en la administración de organizaciones de todo tipo.

Lo primero que vamos a abordar es la descripción de los tipos y modelos de inventarios, incluso los modelos matemáticos que permiten trabajar sobre ellos. Comenzaremos, entonces, por describir la terminología usual y las características generales de los ***modelos de inventario***, y, cuando corresponda, el símbolo con que trabajaremos en el resto del capítulo.



Terminología

Demanda (D)

Primero debemos establecer si los diferentes artículos que componen un inventario están o no relacionados entre sí. Por ejemplo, la mayor parte de los artículos de una casa que vende electrodomésticos son **independientes** entre sí. La demanda de televisores de la semana no afecta la demanda de heladeras de la próxima semana. Por el contrario, los elementos de almacén de una terminal automotriz están relacionados entre sí, son **dependientes**, y su demanda sigue la demanda de producto terminado: por cada automóvil que se demanda se requerirán cinco ruedas completas, y para cada una de ellas, una llanta, una cubierta, etc.

Para los modelos que analizamos en este capítulo, partiremos del supuesto de que la demanda es siempre **independiente**.

La demanda también puede ser clasificada según sea **determinística** (se conoce la demanda de cada artículo por unidad de tiempo) o **probabilística** (no se conoce con certeza la demanda).

Ítem

Un almacén puede contener varios artículos diferentes. Cada uno de ellos se denomina ítem y, por consiguiente, el inventario se refiere a cada ítem y nunca al conjunto de ellos. Por ejemplo, el almacén de una casa de electrodomésticos tiene muchos artículos (heladera de 12 pies marca X, televisor de 55" marca Z, etc.) cada uno de ellos es un ítem, pero los inventarios son para cada ítem (Inventario de heladeras de 12 pies marca X). No debemos confundirnos cuando se usa la palabra en otros contextos.

> La frase "a fin de temporada se hará un inventario de existencias", tiene un significado diferente al que acá damos ya que está en un contexto también diferente.

Nivel de inventario

Es la cantidad de unidades de un ítem determinado que se encuentra al hacer una revisión del almacén.

Faltantes

En ciertas ocasiones puede existir falta de material en almacén en el momento que es demandado. Lo que puede ser admisible o ser inadmisible, según la incidencia e importancia del suministro faltante (pueden faltar televisores de 42" en un negocio que vende todo tipo de electrónicos pero es diferente que falte leche en un hospital de niños), también puede ser generadora de pérdidas o de satisfacción retrasada y de otros costos, como penalizaciones (el negocio de los televisores perdió la venta de uno de 42", pues el cliente fue a otro negocio, una fábrica puede compensar una falta de provisión cuando esta se regulariza).

Tiempo de espera (L)

Se lo llama también ***Tiempo Guía*** o, en algunos textos, ***Lead Time***. Es el lapso que transcurre desde que se efectúa el pedido de artículos hasta que se dispone efectivamente en el depósito de esos artículos. La demanda de bienes continúa mientras transcurre el tiempo de espera *L*.

Estrategias de pedido

La forma de determinar cuándo y cuánto hay que pedir obedece a una de dos estrategias posibles:

- **Pedido en lapsos fijos de tiempo**. Se solicita la cantidad que corresponda según el nivel que tenga el inventario en el momento en que revisamos el almacén (la cantidad remanente de existencias es el *nivel de inventario*). Esa revisión se hace en períodos de tiempo preestablecidos. La cantidad varía. El tiempo es constante. Suele denominarse ***estrategia de revisión periódica***. El inventario se revisa después de un tiempo y el pedido se hace en función del número de unidades encontradas.

- **Pedido por cantidad fija en almacén.** Se deja caer el inventario hasta un número fijo y entonces se realiza un pedido que también es un número fijo. La cantidad es fija, el tiempo varía. Se denomina ***Estrategia de revisión continua***, ya que se debe observar continuamente el nivel de inventario para verificar cuándo ese nivel llega al número de unidades prefijado para hacer el pedido.

Cantidad a pedir para completar el inventario (Q)

Es la cantidad de unidades que se solicitará al proveedor o que se fabricarán para reponer el inventario. Debemos tener presente que esa cantidad a pedir no será, cuando lleguen, necesariamente el número de unidades disponibles en almacén, ya que esa disponibilidad variará en el tiempo a una tasa *D*.

Punto de reposición (R)

Es el nivel mínimo de inventario que encontramos en una revisión del almacén y que nos indica que llegó el momento de hacer la solicitud de reposición del ítem, ya sea mediante una ***orden de reposición*** o una ***orden de producción***.

Costos

Costo de trámite de compra (K)

Es el costo asociado con cada pedido, es un costo fijo independiente del número de unidades del artículo (ítem) solicitadas. Engloba los costos administrativos, de puesta a punto, a veces de flete, seguros, etc.

Costo unitario de la compra (C)

Es el costo de compra por cada unidad del ítem, si se multiplica por la cantidad adquirida se obtiene el gasto de compra del inventario. Contablemente no es un costo estricto, porque generalmente el costo C se recupera cuando el artículo sale del almacén (por venta o uso). Si es de producción propia también debe contabilizarse como si se adquiriera a un proveedor externo. Sin embargo, corresponde tenerlo en cuenta, porque puede haber modificaciones derivadas de la política de inventario o con la cantidad solicitada, como, por ejemplo, descuentos por cantidad u ofertas de temporada.

Descuentos por cantidad

El costo de un artículo puede ser función de la cantidad adquirida. Puede ser beneficioso pagar menos comprando más en lapsos mayores si el costo de almacén o la disponibilidad de lugar lo permiten.

Costo de tener un inventario (H)

Es el costo más importante cuando tenemos que definir políticas de administración de inventarios. Incluye

- ***costos de almacenamiento***, (valor de alquiler del depósito o amortización, cuidados especiales como frío u otros, robos, depreciación, obsolescencia o vencimiento, etc.). Generalmente se establece el costo como una fracción del valor unitario.

- ***costos de inmovilización de dinero invertido***. Para comprenderlo vamos a ejemplificarlo suponiendo que una prestigiosa agencia de venta de autos desea mantener un inventario de 30 vehículos de un modelo en su local. Si por cada uno debe abonar a la fábrica $ 20.000, significa que la concesionaria debe disponer de un capital de $ 600.000 que está inmovilizado pero que en el mercado financiero le hubiera reportado por lo menos $ 90.000 anuales en concepto de intereses si lo hubiera colocado a muy bajo riesgo. Este es un ***costo de oportunidad***.

Estos costos se calculan como una fracción (i) del costo unitario (C): H = i * C

Tasa de transferencia (i)

La fracción ***i*** se denomina ***tasa de transferencia*** y, en general, es un término contable global que incluye la incidencia de costos en términos de inversión en un negocio alternativo seguro (de baja tasa). Contablemente, la tasa de transferencia no sólo se refiere al valor del capital inmovilizado, sino también a la incidencia de otros costos tales como seguros, frío, costo de mantenimiento de los productos en stock, riesgo de obsolescencia, etc.

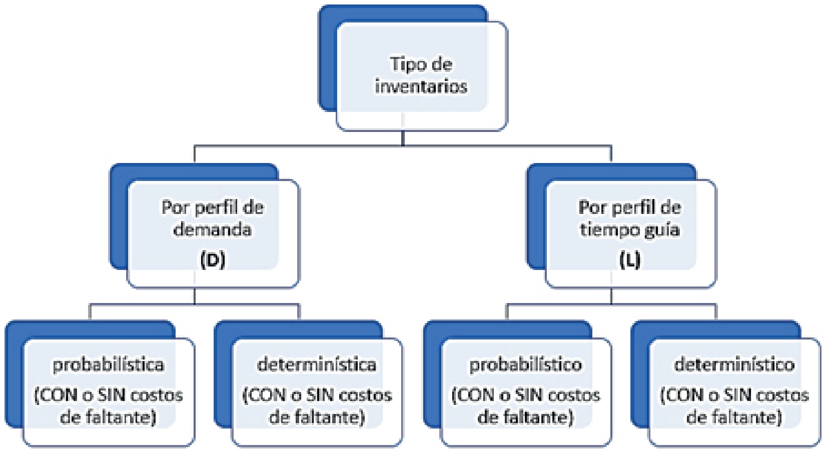
Costo de faltante (B)

Es el costo asociado con la falta de un ítem:

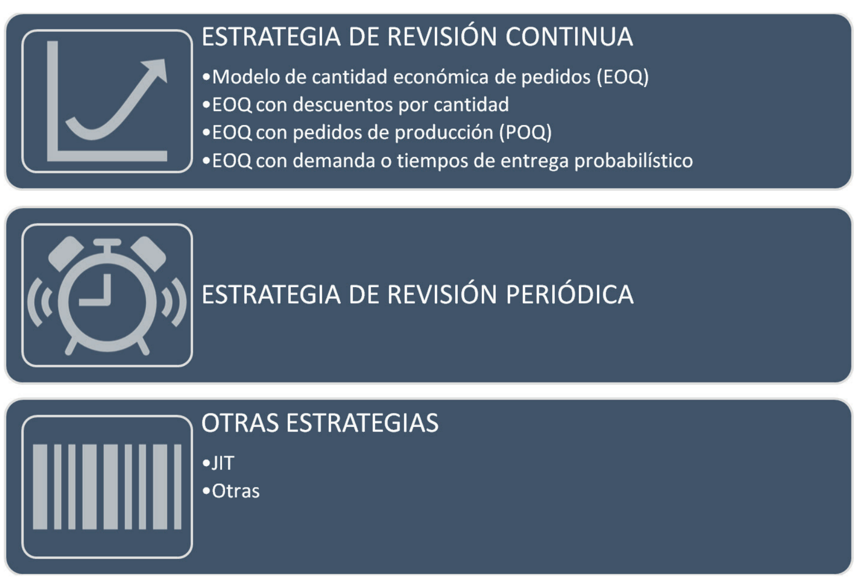
- ***costos explícitos de faltante***: se asocian a cada unidad faltante. Incluye descuentos en el valor por demora en la entrega o costos extras para conseguir los faltantes de urgencia.
- ***costos implícitos de faltante:*** se asocian con la no satisfacción de la demanda: lo que se perdió de vender, la pérdida de prestigio. Este costo en general es estimado o supuesto.
- ***costos compuestos de faltante***: son los costos anteriores a los que se suman sanciones contractuales originadas por no entregar en fecha.

Modelos de inventario

Los modelos de inventario pueden ser clasificados por la ***manera en que se gestionan***, por el perfil determinístico o estocástico de la demanda o del tiempo guía:



Pero es en función de las ***estrategias de revisión*** donde se plantean modelos concretos:



Modelos determinísticos

Para trabajar con inventarios, ya sean determinísticos como probabilísticos, vamos a utilizar un modelo básico de partida, llamado **EOQ**, con el que podemos calcular la cantidad óptima de pedidos, la frecuencia de revisión, los costos asociados, puntos de *stock* críticos, y otros datos. Estos datos pueden ser aplicables — posteriormente — a otros modelos u otras estrategias, incluso probabilísticos. A su vez, **EOQ** es el modelo determinístico básico.

Modelo de cantidad de pedidos económicos (EOQ)

La sigla **EOQ** proviene de las iniciales en inglés de *Cantidad Económica de Pedidos* y tiene las siguientes características:

- El inventario es para un solo ítem (artículo).
- La demanda es determinística de ***D*** unidades del artículo en una unidad de tiempo.
- El tiempo de espera ***L*** es determinístico y se conoce
- No se permiten faltantes. (Condición asociada con la demanda determinística).
- Los pedidos se hacen en una cantidad fija ***Q***.
- Es un modelo de estrategia de revisión continua, por tanto, se pide ***Q*** cuando el inventario llega a un cierto punto ***R***, llamado ***punto de reposición***. Esto quiere decir que hay que revisar el inventario para saber cuándo se alcanza la cantidad ***R***. Los valores de ***Q*** y de ***R*** se eligen para tener un costo total mínimo compuesto por:
    - costo fijo de pedido, ***K***, [$/pedido].
    - costo de compra, ***C***, [$/unidad], sin descuento por cantidad.
    - costo de conservación, ***H*** = ***i*C***, [$/unidad x tiempo de almacén]
    - No hay costo por faltante.

Ejemplo:

Una panadería de la ciudad de Pergamino requiere un suministro fijo de levadura que es provista por una empresa de Rosario. Hay que determinar cómo hacer los pedidos para que nunca falte la levadura manteniendo los costos lo más bajos posible.

El primer paso consiste en identificar las características del inventario:

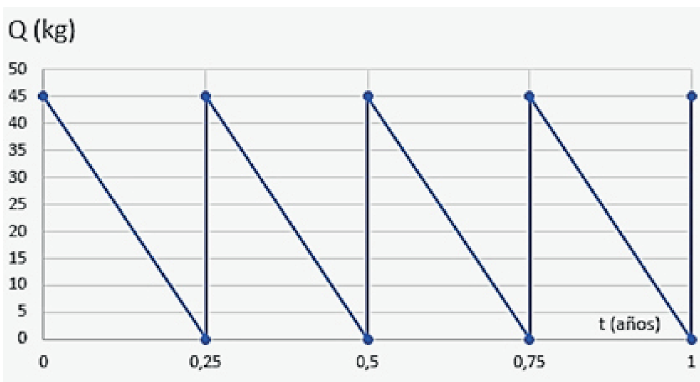
- Un solo artículo: levadura
- Se provee en lotes
- La demanda es constante y determinística,
  $\boldsymbol{D}$ = 15 kg/mes
- El proveedor entrega el producto en una semana desde que se hace el pedido,
  $\boldsymbol{L}$ = 1 semana
- No se admite dejar de elaborar pan. No se permiten faltantes.
- El costo fijo de pedido es
  $\boldsymbol{K}$ = $100
- La levadura tiene un precio de $20/kg sin descuentos por cantidad
  $\boldsymbol{C}$ = 20$/kg
- La tasa de transferencia i es de 30% anual (calculada sobre la base de que hay ciertos costos como mantener la levadura en freezer, el costo de capital inmovilizado, etc.)
  $\boldsymbol{i}$ = 0,30

En primer lugar homogeneizaremos las unidades, porque tenemos intervalos de tiempo diferentes. Vamos a trabajar en la unidad "año" (podríamos haber elegido "semana", "mes", etc.) Si suponemos que la panadería trabaja todas las semanas del año, entonces nuestra unidad de tiempo contiene 52 semanas o 12 meses o 365 dias:

- Demanda $\boldsymbol{D}$ = 15 kg/mes x 12 mes/año = 180 kg/año

- Tiempo de espera ***L*** = 1 semana $\left[L = \frac{7\,{}^{dia}\!/_{semana}}{365\,{}^{dia}\!/_{año}} = 0{,}019 año\right]$
- Tasa de transferencia ***i*** = 0,30 anual
- Costo del pedido ***K*** = 100 $/pedido
- Costo unitario de mercadería pedida ***C*** = 20 $/ kg
- Costo de almacén ***H*** = ***iC*** = 0,30 x 20 = 6 $/kg año

Para analizar el caso, supongamos que hemos decidido – arbitrariamente - que pediremos lotes de 45 kg de levadura (***Q*** = 45 kg). Esa es, a los efectos de este análisis, la ***cantidad inicial de inventario***. Si graficamos el inventario en función del tiempo ***Q*** vs. ***t***, tendremos:



Dado que la demanda es determinística, la disminución de inventario a razón de 180 kg/año lleva a agotar el stock en un cuarto de año. Como no está permitido tener faltante, el pedido de renovación del almacén debe llegar exactamente en el momento en que se acaba el inventario anterior: 0,25 de año.

El costo anual asociado con esta estrategia es:

Costo anual total	=	Costo anual de pedidos	+	Costo anual de compra	+	Costo anual de almacén

donde

costo anual de pedidos = [costo por pedido] X [cantidad de pedidos anuales] =

$= K\,(D/Q) =$

$= 100 \times (180/45) = 400$

costo anual de compra = [costo unitario] X [demanda] =

$= \boldsymbol{C\,D} =$

$=20 \text{ X } 180 = 3600$

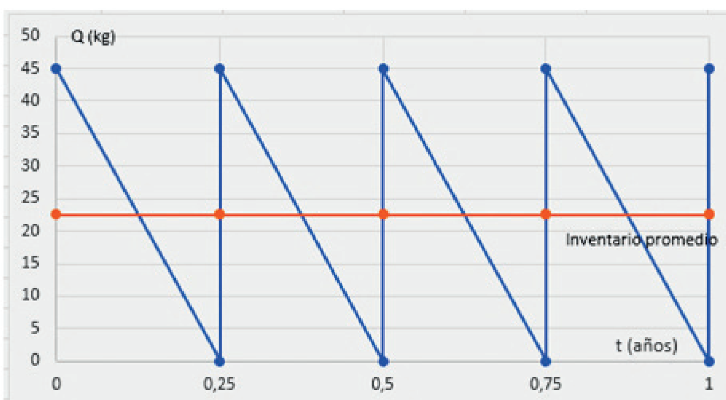
costo anual de almacén = [inventario promedio] X [costo anual de almacén] =

$=\boldsymbol{(Q/2)\;H} = \boldsymbol{(Q/2)\;(i\;\;C)} =$

$= 22{,}5 \text{ X } 0{,}30 \text{ X } 20 = 135.$

Entonces, el **costo total anual**, será:

400 + 3600 +135 = 4135



El siguiente paso será analizar lo que ocurre para diferentes cantidades de pedido de inventario (Q) buscando aquel que minimice el costo anual, que es el objetivo del análisis.

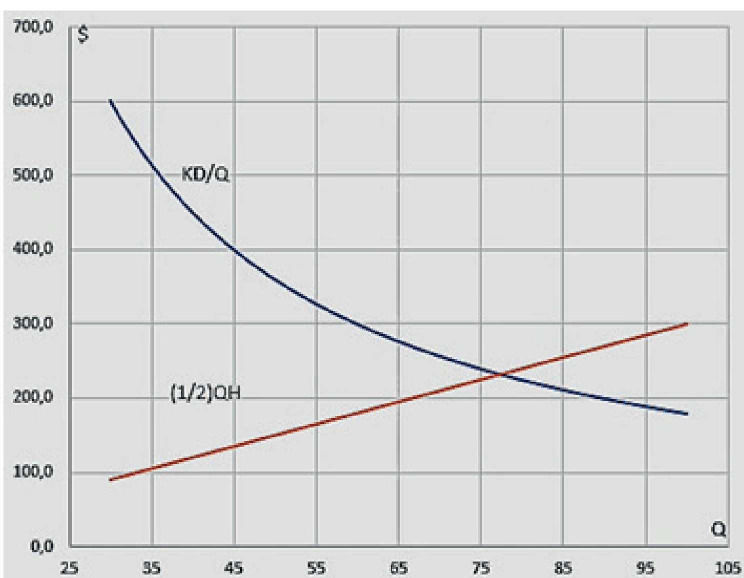
Generalizando, vamos a graficar para cualquier cantidad de reposición, ***Q***, y para hacerlo usaremos la expresión para el **Costo anual total** presentada de la siguiente manera:

$$Costo\ total\ anual = \frac{KD}{Q} + CD + \frac{1}{2}QiC$$

la que podemos representar, en un plano ***$*** vs. ***Q***. Si tomamos cada monomio, comenzando por el término ***KD/Q***, y luego el costo de compra, (que permanece constante cuando aumenta la cantidad de compra) y terminando con el costo de conservación, que varía linealmente con la cantidad adquirida.

Como el objetivo es encontrar la cantidad de pedidos más económica, ***Q***, habrá que buscar el mínimo de la función compuesta por estos tres costos. Vemos que el término ***CD*** no es función del nivel de inventario ***Q***, ya que la demanda debe ser satisfecha completamente y en forma independiente del inventario puntual. En el caso del ejemplo, los 180 kg de levadura deben adquirirse ya sea todos de una vez o en compras diarias o semanales a lo largo del año.

Por esa razón y por la escala utilizada, de los tres que componen la función, no graficamos el monomio ***CD.***



La solución para el pedido económico se obtiene derivando CT respecto de Q e igualando a cero:

$$d(CT) = KDd\left(\frac{1}{Q}\right) + \frac{d}{dQ}(CD) + \frac{1}{2}HdQ = \frac{HD}{Q^2} + \frac{H}{2}$$

$$-\frac{KD}{Q^2} + \frac{H}{2} = 0$$

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{H}} = \sqrt{\frac{2DK}{iC}}$$

que, aplicada al ejemplo que estamos viendo, resulta:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 180 \times 100}{0{,}3 \times 20}} = 77{,}46$$

Así hemos obtenido la cantidad óptima del pedido con el criterio de tener asegurado un inventario a mínimo costo. El siguiente paso será calcular el costo total anual de esta política de inventario:

$$Costo\ total\ anual = \frac{KD}{Q} + CD + \frac{1}{2}QiC = \frac{100 \times 180}{77{,}46} + 20 \times 180 + \frac{1}{2} \times 77{,}46 \times 0{,}3 \times 20$$
$$= 4064{,}76$$

Ahora podremos calcular el número de pedidos que debemos hacer por año, que lo obtenemos dividiendo la demanda por período entre la cantidad de cada pedido

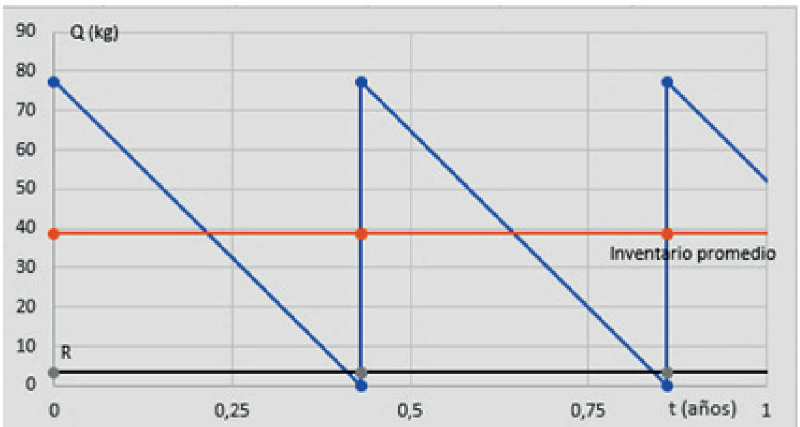
$$\frac{D}{Q} = \frac{180}{77{,}46} = 2{,}32\ pedidos/año$$

El tiempo entre pedidos será

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{77{,}46}{180} = 0{,}43\ año$$

Cálculo del momento de realizar pedidos:

Nos resta determinar el nivel de inventario (**R**) que nos indique que llegó el momento para realizar un nuevo pedido, de manera tal que cuando se agote el almacén, nos llegue la reposición ***Q*** solicitada. (Recuerde que es revisión continua: estamos siempre revisando el saldo en el almacén):



En este caso, el tiempo que tardará en llegar la reposición de inventario ***Q*** será el tiempo de espera ***L*** de 1/52 de año. Por eso necesitaremos saber cuánta levadura consumimos en ese tiempo.

$$R = DL$$

$$R = 180 \text{ Kg/año x } (1/52) \text{ año} = 3{,}46 \text{ kg de levadura.}$$

Por lo tanto, cuando en el inventario vemos que nos quedan 3,46 kg de levadura, tendremos que solicitar un nuevo embarque de 77,46 kg, porque esos 3,46 nis alcanzan exactamente para una semana, que es el tiempo en llegará el pedido.

Cálculo avanzado de R

Hay que tener presente que, en el caso de calcular el Punto de Reposición ***R***, se pueden dar otras dos alternativas. La primera de ellas ocurre cuando el punto de reposición cae en un instante de tiempo situado entre el agotamiento del inventario y la llegada del pedido.

Como en este modelo EOQ esa situación no es posible (la pendiente de la velocidad de reposición tiende a infinito: se supone instantánea), la analizaremos más adelante en el modelo de ***Pedidos Económicos de Producción*** (POQ) donde eso sí puede ocurrir.

La segunda posibilidad es que el tiempo guía (*L*) sea igual o mayor que el tiempo entre pedidos (o la duración de un ciclo de inventario).

En ese caso, a la demanda total del período ***L*** (que originalmente es coincidente con la cantidad R) se le debe restar el número de ciclos de inventario completos que abarca este tiempo ***L*** multiplicado por la cantidad óptima a pedir (***Q***) lo cual nos daría el verdadero punto de reposición:

$$R = D.L - \left[Entero\left(\frac{D.L}{Q}\right)\right].Q$$

Veamos tres ejemplos:

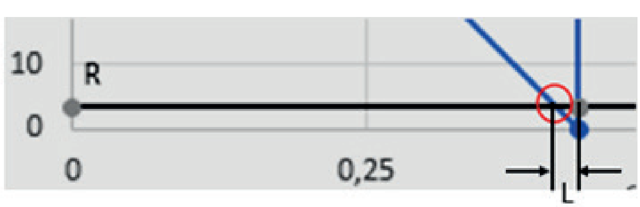
D = 180

L = 0,019

Q = 77,5

$$R = D.L - \left[Entero\left(\frac{D.L}{Q}\right)\right].Q = \frac{180}{52} - \left[ent\left(\frac{180 \times 0{,}019}{77{,}46}\right) \times 77{,}46\right] = 3{,}46 - 0 \times 77{,}5$$
$$= 3{,}46$$

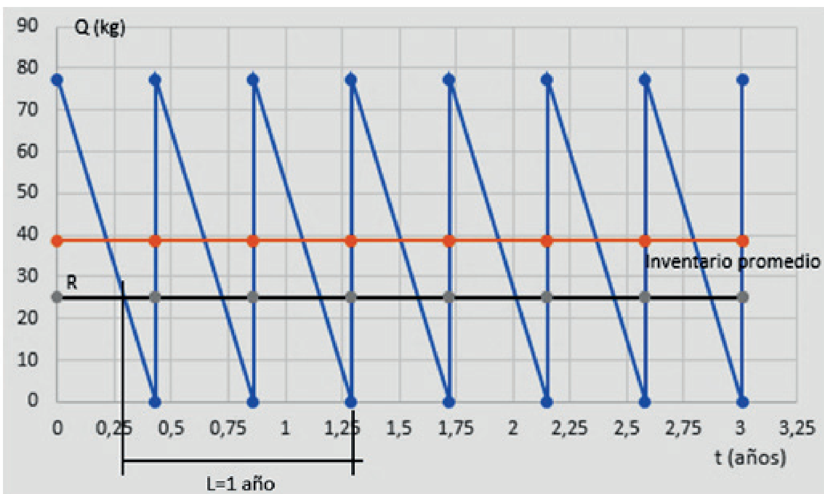
El primer ejemplo que vimos más arriba tiene un ciclo de espera de (1/52) año (problema original), por tanto, cuando existan – en CUALQUIER MOMENTO DEL AÑO – 3,46 kg en el depósito hay que hacer el pedido. Es exactamente igual a como está desarrollado en el modelo anterior.



2) D = 180
L = 1 (año)
Q = 77,5

$$R = D.L - \left[Entero\left(\frac{D.L}{Q}\right)\right].Q = 180 \times 1 - \left[ent\left(\frac{180}{77,46}\right) \times 77,46\right] = 180 - 155 = 25$$

El segundo ejemplo tiene un ciclo de espera de un año, por tanto, cuando existan – en CUALQUIER MOMENTO DEL AÑO – 25 kg en el depósito hay que hacer el pedido. Mientras se espera ese pedido va a llegar el pedido anterior hecho un tiempo antes:

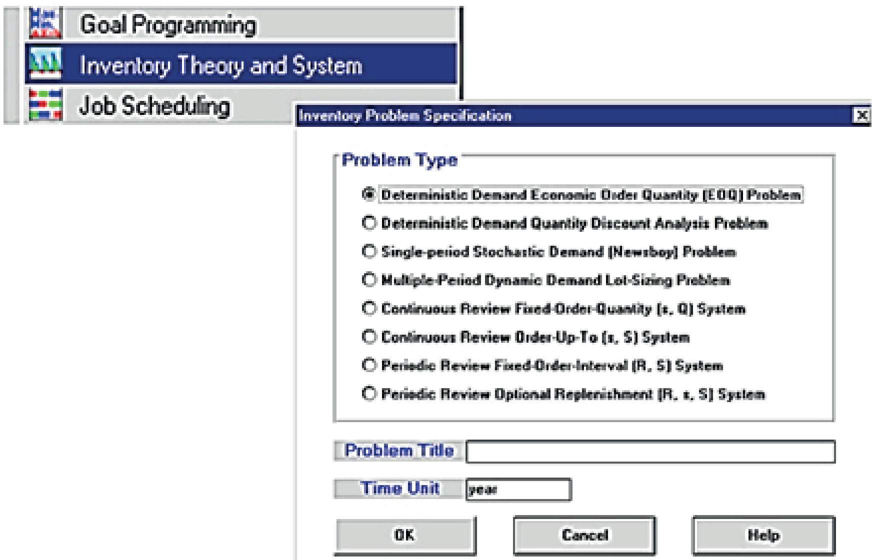


3) D = 180
L = 4 años
Q = 77,5

El tercer ejemplo tiene un ciclo de espera de cuatro años, por tanto, cuando existan – en CUALQUIER MOMENTO DEL AÑO – 22,5 kg en el depósito hay que hacer el pedido. Mientras se espera ese pedido van a llegar pedidos anteriores.

Resolución del modelo con WinQSB

En WinQSB se utiliza el módulo *Inventory Theory and System* en el cual se elige EOQ.



Hay que incorporar la unidad de tiempo que usaremos. La podemos ingresar con cualquier sintaxis, pues WinQSB no opera con ella, solamente tiene un valor informativo en los resultados. Los demás datos se pueden incorporar en forma simple y en el mismo orden que lo hemos desarrollado en las páginas anteriores de este texto:

DATA ITEM	ENTRY	
Demand per year	180	D
Order or setup cost per order	100	K
Unit holding cost per year	6	H
Unit shortage cost per year	M	
Unit shortage cost independent of time		
Replenishment or production rate per year	M	
Lead time for a new order in year	0,019	L
Unit acquisition cost without discount	20	C
Number of discount breaks (quantities)		
Order quantity if you known		

El tercer renglón de la tabla de entrada corresponde al producto de *i* por *C*, o sea, *H*.

Con estos datos podemos resolver el problema mediante el menú *Solve and Analyse*, y obtendremos como resultado:

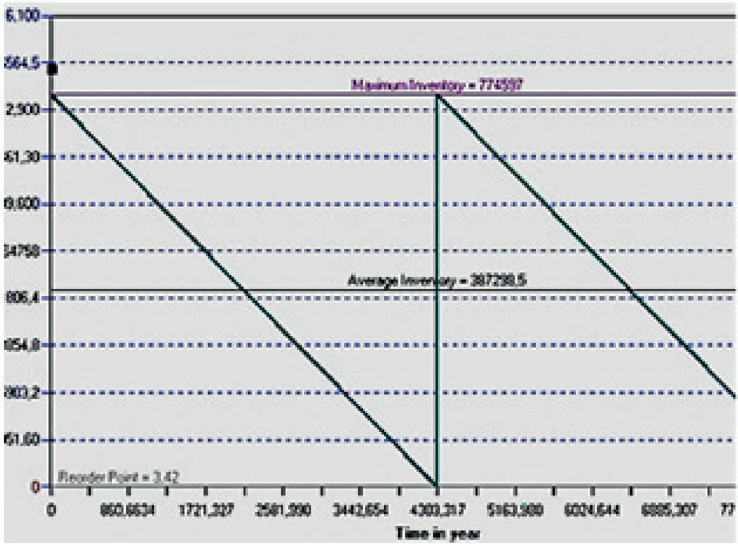
07-24-2002	Input Data	Value	Economic Order Analysis	Value
1	Demand per year	180	Order quantity	77,4597
2	Order (setup) cost	$100,0000	Maximum inventory	77,4597
3	Unit holding cost per year	$6,0000	Maximum backorder	0
4	Unit shortage cost		Order interval in year	0,4303
5	per year	M	Reorder point	3,42
6	Unit shortage cost			
7	independent of time	0	Total setup or ordering cost	$232,3790
8	Replenishment/production		Total holding cost	$232,3790
9	rate per year	M	Total shortage cost	0
10	Lead time in year	0,019	Subtotal of above	$464,7580
11	Unit acquisition cost	$20,0000		
12			Total material cost	$3600,0000
13				
14			Grand total cost	$4064,7580

Esta planilla confirma el pedido óptimo de 77,46 y el punto de nuevos pedidos (R = 3,42[12]), el intervalo entre pedidos (0,4303) y la información Máximo número de pedidos pendientes (Maximum backorder) indica que, en cualquier momento del año, no habrá pedidos pendientes en espera.

Además, muestra los costos anuales derivados de esta estrategia de compras. Incluyen el costo de comprar los 180 kg de levadura anuales (*Total material cost*) que se ve separado de los costos “puros” del inventario que son el costo de orden y el costo de almacén con su subtotal.

---

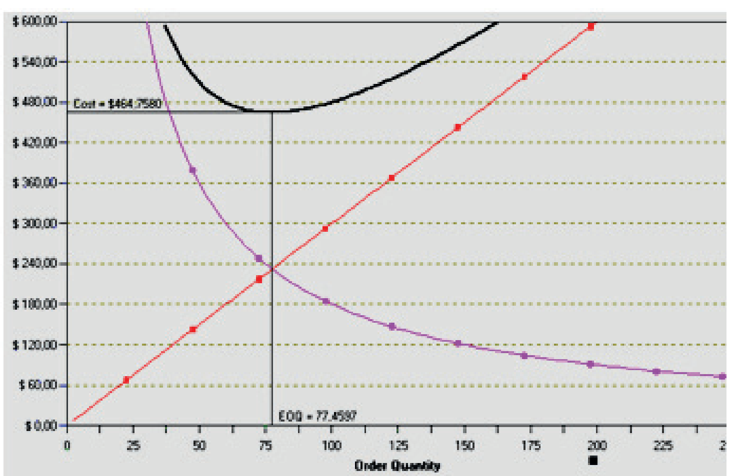
12 Antes obtuvimos 3,46 debido a que usamos L = 1/52. Si en cambio se usa 0,019 (redondeo de 1/52) se obtiene 3,42



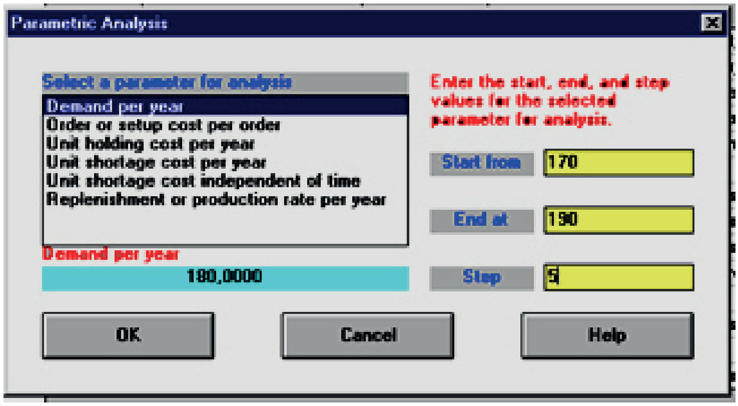
La suma de todo brinda un gran total (podemos comprobar que los costos de almacén y de pedido son iguales ¿porqué?).

También es posible obtener un análisis gráfico del inventario en la opción correspondiente del menú *Resultados*, como se muestra en la figura para dos ciclos de inventario.

Mediante el mismo menú podremos obtener un análisis gráfico de los costos:



Por último, podemos hacer un análisis paramétrico sobre algunos de los valores ingresados, tales como la demanda. A título de ejemplo vemos en la figura un estudio de la demanda entre 170 y 190 kg de 5 en 5 kg :



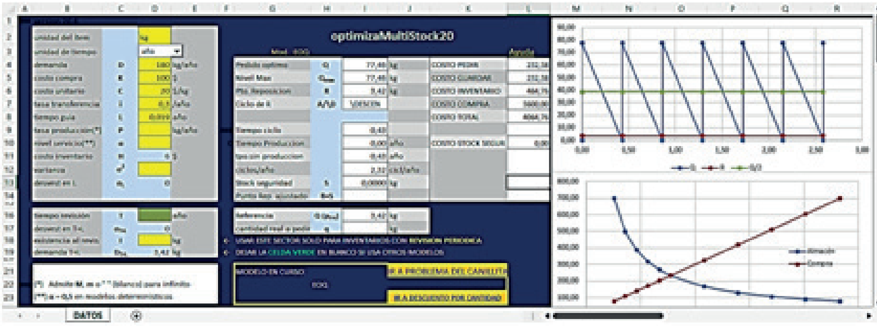
Y así obtenemos el siguiente informe de análisis paramétrico:

7-24-200	Demand per year	:conomic	nventory	Grand Total	Total Setup	Total Holding	Total Shortage	Total Material	Maximum	Maximum	Order Interval	Reorder Point
1	170	75,2773	51,6636	51,6640	25,8318	25,8318	0	00,0000	75,2773	0	0,4428	3,23
2	175	76,3763	58,2576	58,2580	29,1288	29,1288	0	00,0000	76,3763	0	0,4364	3,325
3	180	77,4597	64,7580	64,7580	32,3790	32,3790	0	00,0000	77,4597	0	0,4303	3,42
4	185	78,5281	71,1688	71,1690	35,5844	35,5844	0	00,0000	78,5281	0	0,4245	3,515
5	190	79,5822	77,4935	77,4940	38,7467	38,7467	0	00,0000	79,5822	0	0,4189	3,61

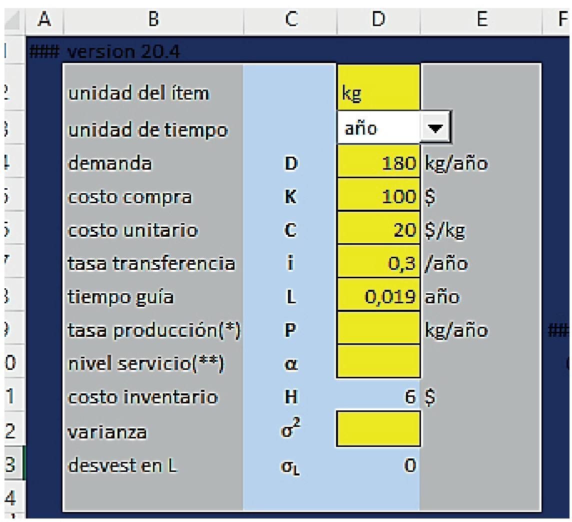
Inventarios en Hoja de cálculo. MultiStock20

Es realmente sencillo construir un libro de hojas de cálculo que podamos usar en reemplazo de WinQSB.

La siguiente figura es una captura de pantalla obtenida del libro de Excel “INVENTARIOS204.xlsx” disponible en la página optimiza.org. En esa hoja, que no utiliza macros, podemos ver que hemos ingresado los datos de nuestro problema en el sector izquierdo y vemos en tiempo real los resultados y gráficos a la derecha.

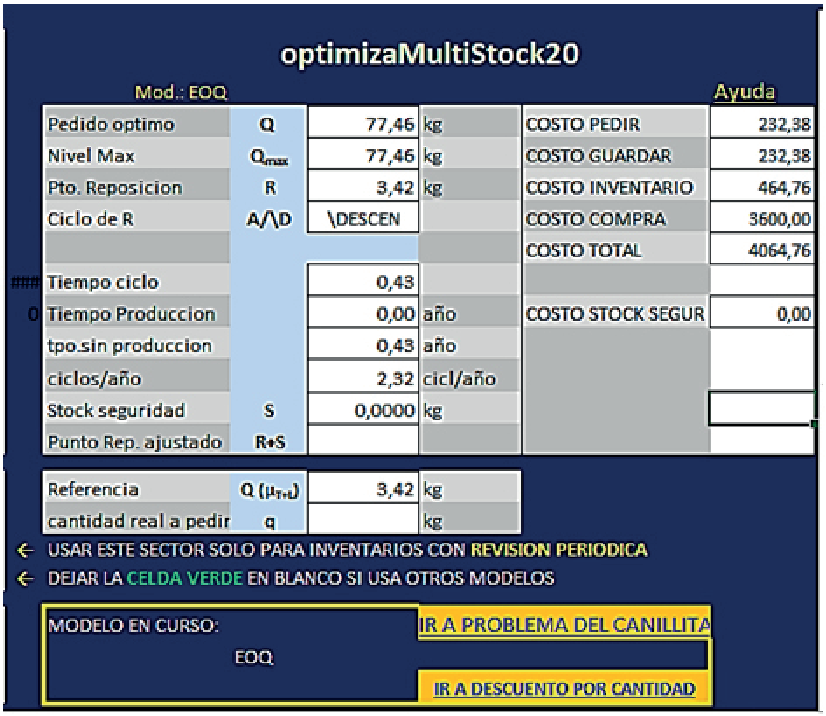


El sector de acceso al usuario para cargas de datos es el de la figura siguiente:



Como vemos está preparado para otros modelos, según discutiremos más adelante, y la única diferencia con WinQSB es que hay que ingresar el valor de la tasa ***i*** y ***H*** se calcula automáticamente.

Los resultados aparecen en el sector derecho.


optimizaMultiStock20

Mod.: EOQ — Ayuda

Pedido optimo	Q	77,46	kg	COSTO PEDIR	232,38
Nivel Max	Q_{max}	77,46	kg	COSTO GUARDAR	232,38
Pto. Reposicion	R	3,42	kg	COSTO INVENTARIO	464,76
Ciclo de R	A/\D	\DESCEN		COSTO COMPRA	3600,00
				COSTO TOTAL	4064,76
Tiempo ciclo		0,43			
Tiempo Produccion		0,00	año	COSTO STOCK SEGUR	0,00
tpo.sin produccion		0,43	año		
ciclos/año		2,32	cicl/año		
Stock seguridad	S	0,0000	kg		
Punto Rep. ajustado	R+S				
Referencia	Q (μ_{T+L})	3,42	kg		
cantidad real a pedir	q		kg		

← USAR ESTE SECTOR SOLO PARA INVENTARIOS CON REVISION PERIODICA

← DEJAR LA CELDA VERDE EN BLANCO SI USA OTROS MODELOS

MODELO EN CURSO: EOQ — IR A PROBLEMA DEL CANILLITA — IR A DESCUENTO POR CANTIDAD

La novedad acá es que tenemos posibilidad de saber si el punto R cae en la parte ascendente o descendente del ciclo (inoperante en EOQ porque la parte ascendente tiene pendiente infinita, pero útil en otros modelos de reposición), y cálculos relacionados con otros modelos, incluso conexiones a esos modelos y a ayuda. La detección del modelo es automática e indica en el recuadro “Modelo en curso” cuál fue el modelo detectado.

En resumen...

El ***Modelo de pedido en cantidades económicas*** se describe con los siguientes parámetros:

- D = demanda por período
- L = Tiempo de espera para recibir el pedido
- i = tasa de transferencia por período
- K = costo fijo de pedido

C = costo de compra por unidad
H = ***i C*** = costo de almacén por unidad de tiempo

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{H}} = \sqrt{\frac{2DK}{iC}}$$ = cantidad a solicitar en cada reposición

promedio de pedidos por u de tiempo = ***D/Q***
tiempo entre pedidos = ***Q/D***
punto de reposición para realizar un nuevo pedido o bien ***R*** = ***DL***.

Modelo de cantidad de pedidos económicos con descuento por cantidad

Seguimos el mismo ejemplo de la sección anterior, con el que hallamos la estrategia de almacenamiento óptimo para levadura comprada a 20$/kg.

Supongamos ahora que nos hacen una oferta de descuento por cantidad. Nos hacen descuentos del 10% si compramos más de 50 kg y del 20% para más de 100 kg. Replanteamos el problema con los datos anteriores y le agregamos los descuentos que nos ofrecen:

Demanda anual	***D*** = 180 kg
Tiempo de espera	***L*** = 1/52 año
Tasa de transferencia anual	***i*** = 0,3
Costo fijo de pedido	***K*** = $ 100/pedido
Costo de compra	***C*** = $ 20/kg de 1 a 49 kg
	C = $ 18/kg de 50 a 99 kg
	C = $ 16/kg de 100 o más kg
Costo de conservación anual	***H*** = ***i.C***

Lo resolveremos siguiendo este método:

1) Calculamos *Q* (cantidad de pedido óptimo) para cada uno de los costos unitarios *C* que resultan de aplicar los diferentes descuentos.

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{iC}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180 \cdot 100}{0{,}3 \cdot C}}$$

Sin descuento	***C*** = 20 $/kg	***Q*** = 77,5
Con el 10%	***C*** = 18 $/kg	***Q*** = 81,6
Con el 20%	***C*** = 16 $/kg	***Q*** = 86,6

Observamos que en el caso de ***C*** = 16$/kg el ***Q*** obtenido (86,6 kg) está por debajo del límite donde ese precio es válido (que es de 100 kg o más) y que en el caso de ***C*** = 20 $/kg, la cantidad ***Q*** a solicitar (77,5 kg) está por encima de la validez de la oferta de precio, que es de 49 kg o menos.

Para avanzar, entonces, aplicaremos el siguiente criterio:

- Si la cantidad de pedidos ***Q*** es más alta que el límite superior del intervalo de validez de precios, se toma ese límite superior como ***Q*** óptimo **para el intervalo**.
- Si la cantidad de pedidos ***Q*** es más baja que el límite inferior de validez del precio, se toma el límite inferior como ***Q*** óptimo **para el intervalo**.
- Obviamente cualquier valor de ***Q*** que se encuentre dentro de los límites será el óptimo de ese intervalo.

De esta manera, el cálculo de Q que acabamos de hacer lo convertimos así:

Sin descuento	***C*** = 20 $/kg	***Q*** = 49,0
Con el 10%	***C*** = 18 $/kg	***Q*** = 81,6
Con el 20%	***C*** = 16 $/kg	***Q*** = 100,0

2) Calculamos el costo anual total para cada costo unitario *C* usando el *Q* hallado en 1)

costo total anual = costo anual de pedidos + costo anual de compras + costo anual de conservación

costo total anual = ***KD/Q + CD + ½ (iCQ)***

(Nota: en este caso necesariamente debemos sumar el término CD porque C es variable):

Obtenemos:

Intervalo	*C* ($/kg)	*Q*	Costo total anual ($)
1 - 49	20	49	4114,35
50 - 99	18	81,6	3680,91
> 99	16	100	3300,00

3) Seleccionamos el menor costo anual total
En la tabla anterior vemos que corresponde a un pedido de 100 kg, pues tiene el costo asociado menor.

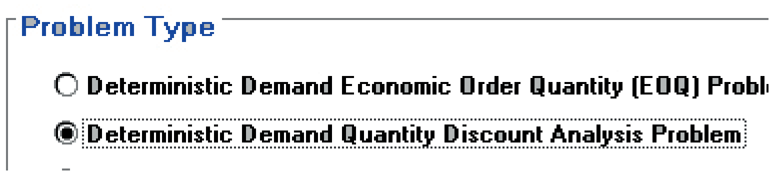
El número de pedidos promedio será

$D/Q = 180/100 = 1{,}8$

Y el punto de reposición

$R = DL = 180/52 = 3{,}46$

Con WinQSB, este cálculo puede ser realizado comenzando en la pantalla de inicio del módulo, donde, en lugar de elegir EOQ seleccionamos la opción de análisis con descuentos por cantidad:



Completamos la planilla de entrada (la misma que en el modelo anterior) pero agregando, en el anteúltimo renglón (*Number of discount breaks*), donde ponemos que hay dos puntos de corte de descuento. Recordemos que el primero está en 50 unidades y el otro en 100:

DATA ITEM	ENTRY
Demand per year	180
Order or setup cost per order	100
Unit holding cost per year	6
Unit shortage cost per year	M
Unit shortage cost independent of time	
Replenishment or production rate per year	M
Lead time for a new order in year	0.019
Unit acquisition cost without discount	20
Number of discount breaks (quantities)	2
Order quantity if you known	

Nos queda especificar el tipo de descuento. Para ello accedemos al ítem *Puntos de descuento* del Menú Edición y ahí en cada valor de corte incorporamos el porcentaje que, a partir de esa cantidad, se aplica como descuento.

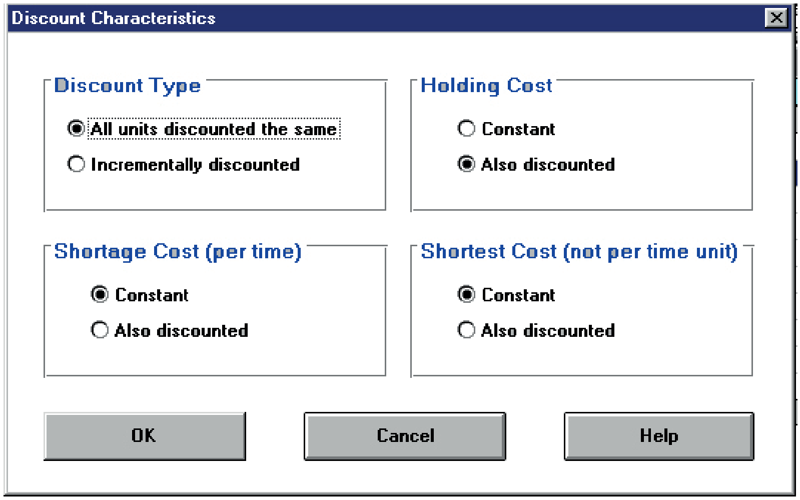
50

Number	Discount Break	Discount %
1	50	10
2	100	20

OK Cancel Help

En el mismo menú *Edición*, debemos especificar las *Características del descuento*, lo que nos permite que el descuento se aplique al costo de inventario (*Holding Cost – Also discount*) y que vale para todas las unidades[13] en *Discount Type*:

[13] Podría darse el caso que el precio sea: las primeras 49 unidades a $ 20, las siguientes 50 unidades a $ 18 y la última unidad a $ 16. Dicho en otras palabras, el descuento sería incremental. No es este el caso.



Con esto ya estamos en condiciones de buscar la solución del problema. Obtenemos el análisis completo, similar al hallado anteriormente, pero que ahora incluye la recomendación de un pedido de 100 unidades.

-15-2005	Break Qty.	Discount %	EOQ	EOQ Cost	Feasibility	Order Qty.	Total Cost
0	0	0	77.4597	$4064.7580	No	50	$4110.0000
1	50	10	81.6497	$3680.9080	Yes	81.6497	$3680.9080
2	100	20	86.6025	$3295.6920	No	100	$3300.0000
**	Recommended	Order Qty. =	100	Discount =	20%	Total Cost =	$3300.0000

Modelo de Inventario por pedidos de producción

Este modelo, cuya sigla es **POQ**, por sus iniciales en inglés, se diferencia del anterior en que la reposición del almacén no es por lotes, sino que las unidades del ítem van ingresando al inventario a medida que llegan o que son producidas, sin que se interrumpa la demanda, tal como ocurriría en el caso en que el inventario está al final de una línea de producción destinada a satisfacer la demanda de otra línea.

En esta situación, seguimos teniendo el problema de encontrar el punto de reposición, pero ahora, en lugar de emitir una orden de compra, debemos emitir una orden de producción del artículo.

De la misma manera, ahora no debemos encargar una cantidad del artículo sino que debemos determinar la cantidad del ítem a producir ***Q*** con el objetivo de tener un costo mínimo de inventario.

Como en el caso anterior, en este modelo, tendremos algunos supuestos básicos:

- El inventario es de un solo ítem
- La demanda del ítem es determinística y ocurre a una tasa conocida de ***D*** unidades por período
- El tiempo de espera es determinístico y conocido ***L***
- El pedido se produce con una tasa de producción conocida ***P***
- El costo de producción por unidad es fijo y no depende de la cantidad de unidades producidas, se incluye en el costo del pedido ***K***
- Cada unidad producida tiene un valor o costo ***C***
- No se permiten faltantes
- Cuando el inventario alcanza un nivel ***R*** se emite el pedido de producción de ***Q*** unidades. Tanto ***R*** como ***Q*** se eligen para que el costo anual total sea mínimo. Ese costo está compuesto por
    - costo fijo por pedido (incluye el costo de producción) ***K***
    - costo de almacén o conservación por período ***H*** = ***iC***
    - no hay costo por faltantes porque que no se permiten.

Con el siguiente ejemplo desarrollamos el modelo:

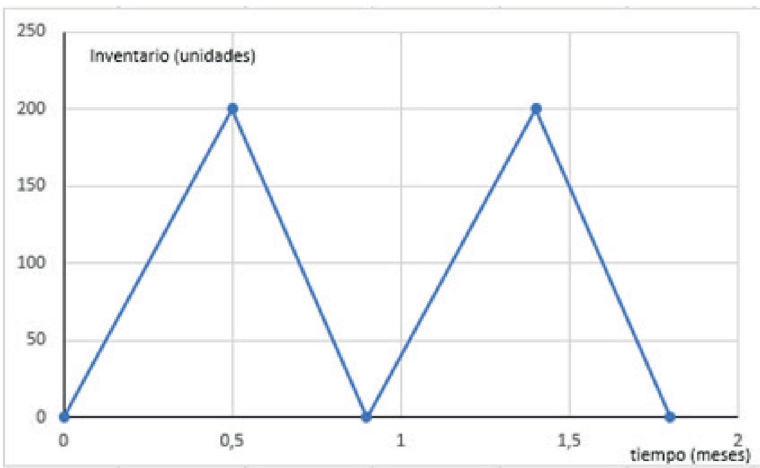
***AutoPop*, produce un modelo "fuera de línea" que tiene altos costos de ensamblaje y una demanda fija de 6000 unidades por año. Se planea producirlo a mínimo costo. Para iniciar una corrida de producción se necesita un tiempo de espera *L* = 1 semana y se producen a una tasa de *P* = 900 unidades/mes.**

El costo de producción no varía con el número de unidades producidas, que tiene que ser un promedio de 6000 u/año.

El costo de organización de producción es de $ 5000 por corrida de producción, el valor de cada unidad *C* es de $ 15000. La tasa de transferencia *i* (costo de oportunidad del dinero invertido en almacén) es de 0,24.

En resumen y en unidades coherentes, el problema se presenta con los siguientes parámetros:

P = 900 unidades/mes	Tasa de producción
D = 6000 u/año x 1/12 año/mes = 500 u/mes	Demanda anual
L = 1 semana = 12/52 mes	Tiempo de espera
K = $ 5000	Costo de organización
C = $ 15000	Costo de un vehículo
i = 0,24 /año = 0,24/12 = 0,02/mes	Tasa de transferencia
H = i. C = 0,02 x 15000 = $ 300/vehículo	Costo de almacén



Para estudiar el caso, comenzamos suponiendo que partimos de inventario cero en el inicio de una corrida de producción que, arbitrariamente, establecimos en ***Q*** = 450 unidades. Dicho de otra manera: los autos entran al almacén a razón de ***P*** = 900 /mes, así que para recibir los 450 que hemos pedido tenemos **un tiempo de producción** de

$$Q/P = 1/2 \text{ mes}$$

Pero ocurre que durante ese tiempo los autos también van saliendo del del almacén a razón de 500/mes, por lo que el almacén acumula desde el comienzo de la producción hasta el final un total de [cantidad que se acumula por u de tiempo]*[tiempo de producción]

(P-D) Q/P=(900-500)×450/900=400 u/mes×1/2 mes=200 unidades

Así es que los autos salen del almacén a una tasa de 500 al mes y llegan 900 al mes, pero solamente por medio mes, entonces este *stock* se agota en 200/500 = 0,4 meses, dando un **ciclo de inventario completo** de 0,9 mes.

Si el tiempo de espera de un nuevo pedido de producción, ***L,*** es de 12/52 = 0,231 mes, el pedido debe realizarse antes de que termine el ciclo de inventario, momento en que el *stock* se hace cero. Calculamos así el momento de pedido:

[Ciclo de inventario] — ***L***

0,9 — 0,231 = 0,669 mes.

Para evaluar el costo de esta propuesta de producir 450 autos, tendremos que calcular estos costos parciales:

costo mensual total = costo de organización + costo de conservación

Costo de organización: es lo que cuesta un pedido por el número de pedidos mensuales:

$$K\frac{D}{Q}$$

Costo de conservación: es el *inventario medio* por el *costo de almacén* (***iC***) de cada unidad:

$$\frac{1}{2}\left((P-D)\frac{Q}{P}\right)iC$$

Costo mensual total resultante es: $K\frac{D}{Q}+\frac{1}{2}\left((P-D)\frac{Q}{P}\right)iC$

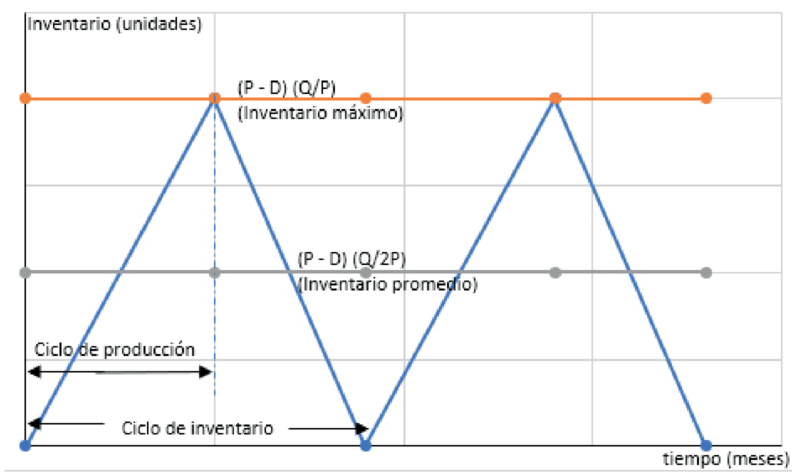
que arroja un valor de 35.555,56

Como pretendemos generalizar este análisis para cualquier cantidad Q producida, a fin de saber la de menor costo, pasamos en limpio los siguientes parámetros que hemos calculado:

1. Organización de producción por (unidad de tiempo) D/Q
2. Costo de organización por (udt) $K\,D/Q$
3. Duración de la producción Q/P
4. Incremento neto de inventario durante la producción $(P - D)$
5. Nivel de inventario máximo $(P - D)Q/P$
6. Inventario promedio $\frac{1}{2}\left((P-D)\frac{Q}{P}\right)$
7. Costo de inventario / (udt) = inventario promedio x H $\frac{1}{2}\left((P-D)\frac{Q}{P}\right)iC$

8. Costo total = costo de organización / (udt) + costo de conservación / (udt)

$$Costo\ total = K\frac{D}{Q} + \frac{1}{2}\left((P-D)\frac{Q}{P}\right)iC$$



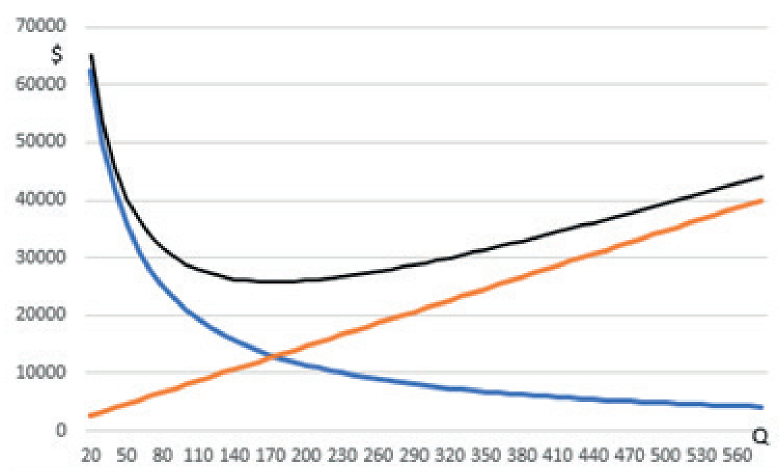
Para encontrar el mínimo, es decir la cantidad óptima a producir a fin de lograr el menor costo de almacén, usaremos la expresión siguiente, que es similar a la encontrada en el modelo EOQ, pero que incorpora el nuevo término de acumulación en el cálculo de inventario promedio:

$$Q = \sqrt{\frac{2DK}{H\left(\frac{P-D}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2DK}{iC\left(\frac{P-D}{P}\right)}}$$

Dado que en este ejemplo los valores de cada parámetro son:
P = 900; ***D*** = 500; ***K*** = 5000; ***i*** = 0,02 y ***C*** = 15000, obtendremos

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 5000}{0{,}02 \times 15000\left(\frac{900-500}{900}\right)}} = 193{,}65$$

Podemos ver que la expresión que ahora utilizamos es conceptualmente idéntica a la de EOQ. Si en aquella consideráramos que la tasa de producción es muy alta (pendiente de la recta “ascendente” de inventario infinita), nos daría un ritmo de acumulación instantáneo y el paréntesis del denominador pasa a ser unitario, por lo que quedaría convertida al modelo EOQ. Por tanto, ambas expresiones son una sola. que, por otra parte, es el valor “M” que se ingresa en WinQSB o dejar en blanco la celda correspondiente de nuestro modelo en Excel

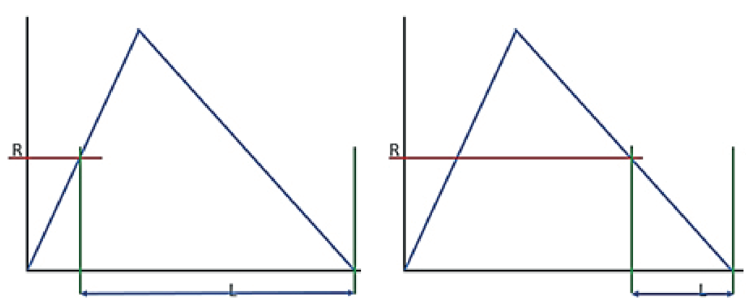


El número promedio de pedidos será ***D/Q*** = 500/193 = 2,6.

Resta ahora determinar el momento de realizar el pedido de producción, de manera tal que el *stock* llegue a cero cuando se entregue la primera unidad producida. Como el tiempo de espera es una semana, (0,231 mes), debemos calcular la demanda de unidades en ese período de tiempo, pero — a diferencia del EOQ — no es lo mismo que caiga:

- **después** de haber terminado la corrida de producción anterior, (en la rampa descendente, igual que en el EOQ) la demanda durante el tiempo de espera será satisfecha por el almacén.
- **antes** de haber terminado la corrida anterior, (en la rampa ascendente) la demanda se satisface con la producción y debe acumularse hasta el final de producción la cantidad necesaria en el depósito para cubrir los remanentes.

Para explicarlo mejor, vamos a suponer que encontramos que ***R*** vale, por ejemplo 5 unidades. Vemos en el gráfico que hay dos momentos en el tiempo en que en el inventario hay cinco unidades: cuando se acumula stock y cuando se está agotando, rampa ascendente y rampa descendente. El valor que tenemos (***R*** = 5) no indica cuál de los dos es (recordemos que es un modelo de revisión continua, así que esto es importante). La figura muestra ambas alternativas:



En el caso de la derecha, sería equivalente al modelo EOQ, donde ***R*** = ***DL***. Sin embargo, ahora R=DL no tiene significado, porque nos daría R=500*0,231 = 115,5 y seguimos encontrando ese valor tanto antes del terminar la producción (inventario en crecimiento) como después (inventario en decrecimiento). Seguimos estos pasos:

1. Determinamos el tiempo *T* luego de cada ciclo de producción para que el nivel de inventario vuelva a cero.

$$T = Q / D = \mathbf{193/500 = 0{,}386}$$

2. Encontramos el tiempo en que termina la producción anterior:

t = Q (vehículos)/P(vehículos/mes) = 193/900 = 0,214. mes.

3. Restamos el tiempo de espera, (***L*** = 0,231 mes) del ciclo completo (***T*** = 0,386), para hallar el momento en que hay que efectuar el nuevo pedido

$$T - L = 0{,}386 - 0{,}231 = 0{,}155 \text{ mes},$$

este momento ocurre antes de que se termine la producción anterior que tenía un tiempo ***t*** (que es 0,214 mes)

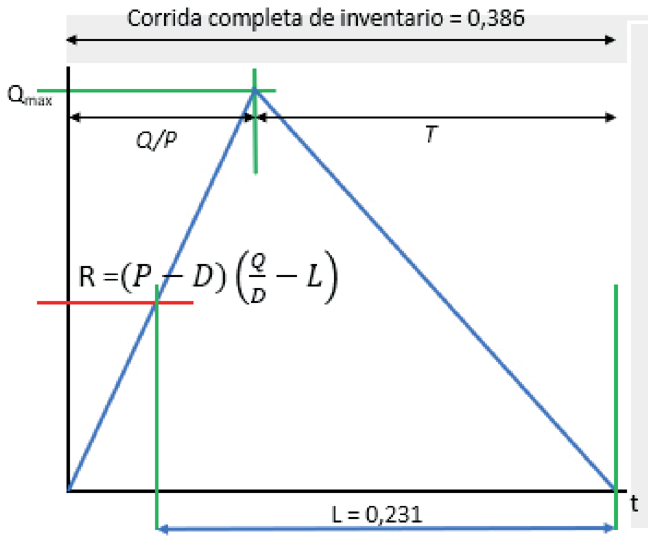
4. Calculamos el punto de nuevos pedidos. Si fuera un tiempo mayor que Q/P calcularíamos R = DL, directamente. Como no es el caso tenemos que encontrar el nivel del inventario acumulado durante el tiempo de producción hasta el momento de emitir la orden, o sea lo acumulado en 0,155 mes a una tasa de

$$P - D = 900 - 500 = 400 \text{ unidades/mes},$$

así que hay que hacer el pedido cuando en el almacén se encuentren

400 unidades/mes x 0,155 mes = 62 unidades.

En ese momento hay que solicitar ***Q*** = 193 unidades, que comenzarán a producirse cuando el *stock* se agota.



Este problema puede ser resuelto con WinQSB, utilizando también el modelo EOQ pero ahora completando el ítem ***tasa de reposición*** que deja de tener una pendiente infinita (que caracteriza a un lote) para pasar a tener un valor que corresponde al ritmo de producción (900). La unidad usada en este caso fue ***mes***:

DATA ITEM	ENTRY
Demand per mes	500
Order or setup cost per order	5000
Unit holding cost per mes	300
Unit shortage cost per mes	M
Unit shortage cost independent of time	
Replenishment or production rate per mes	900
Lead time for a new order in mes	0.231
Unit acquisition cost without discount	15000
Number of discount breaks (quantities)	
Order quantity if you known	

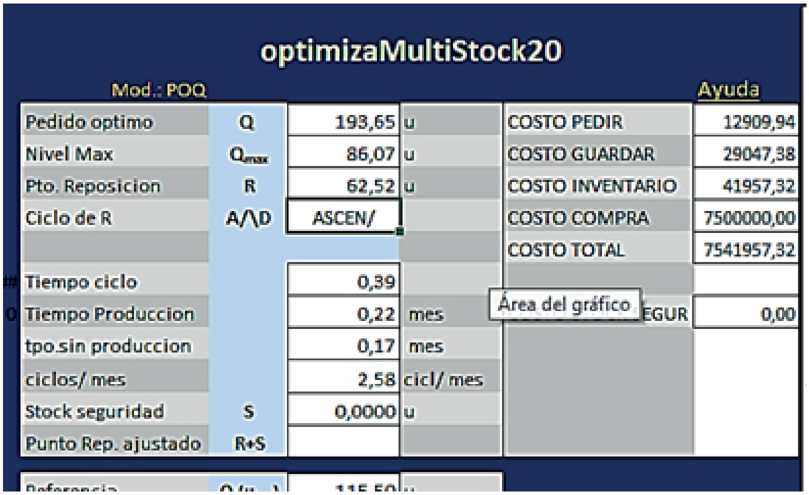
07-24-2002	Input Data	Value	Economic Order Analysis	Value
1	Demand per meses	500	Order quantity	193,6492
2	Order (setup) cost	$5000,0000	Maximum inventory	86,0663
3	Unit holding cost per	$300,0000	Maximum backorder	0
4	Unit shortage cost		Order interval in meses	0,3873
5	per meses	M	Reorder point	62,5193
6	Unit shortage cost			
7	independent of time	0	Total setup or ordering cost	$12909,9400
8	Replenishment/production		Total holding cost	$12909,9500
9	rate per meses	900	Total shortage cost	0
10	Lead time in meses	0,231	Subtotal of above	$25819,8900
11	Unit acquisition cost	$15000,0000		
12			Total material cost	$7500000,0000
13				
14			Grand total cost	$7525820,0000

También podemos resolverlo con nuestra plantilla en Excel, solamente ingresando la tasa de producción ***P*** y los demás datos:

version 20.4

unidad del ítem		kg	
unidad de tiempo		mes	
demanda	D	500	kg/ mes
costo compra	K	5000	$
costo unitario	C	15000	$/kg
tasa transferencia	i	0,02	/ mes
tiempo guía	L	0,231	mes
tasa producción(*)	P	900	kg/ mes
nivel servicio(**)	α		
costo inventario	H	300	$
varianza	σ^2		
desvest en L	σ_L	0	

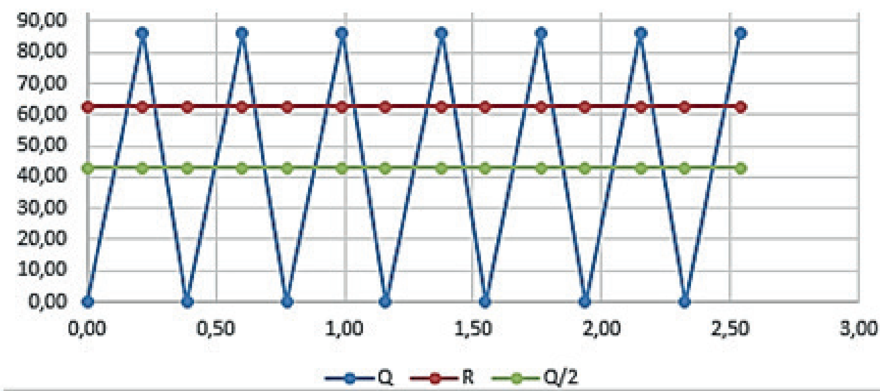
Obtendremos las siguientes salidas, en las que notamos que, a diferencia de WinQSB hay una indicación concreta del lado del ciclo donde se produce el punto ***R*** verdadero:

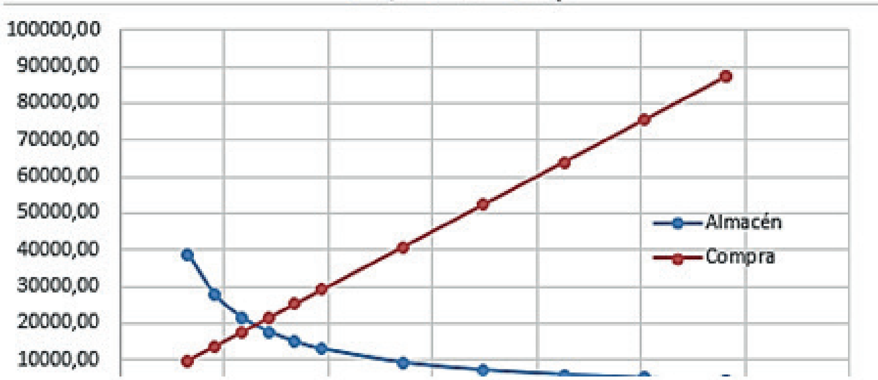


optimizaMultiStock20

Mod.: POQ | Ayuda

Pedido optimo	Q	193,65	u	COSTO PEDIR	12909,94
Nivel Max	Q_{max}	86,07	u	COSTO GUARDAR	29047,38
Pto. Reposicion	R	62,52	u	COSTO INVENTARIO	41957,32
Ciclo de R	A/\D	ASCEN/		COSTO COMPRA	7500000,00
				COSTO TOTAL	7541957,32
Tiempo ciclo		0,39			
Tiempo Produccion		0,22	mes	Área del gráfico EGUR	0,00
tpo.sin produccion		0,17	mes		
ciclos/ mes		2,58	cicl/ mes		
Stock seguridad	S	0,0000	u		
Punto Rep. ajustado	R+S				





En este caso en la gráfica podemos verificar que el punto de reposición aparece correctamente, (en el gráfico de WinQSB no ocurre) así como que tenemos la indicación del lado del ciclo donde ubicar a R.

Modelos con Demanda Probabilística

Modelo de revisión continua

Cuando discutimos, en este mismo capítulo, el modelo EOQ trabajábamos con una demanda conocida determinística. Para discutir un modelo basado en demanda probabilística usamos el mismo problema de la provisión de levadura que vimos antes.

Para eso, vamos a suponer que la demanda de 180 kg anuales de levadura, en realidad, era un muy buen **promedio** anual, pero que hay posibilidad de que esa demanda fluctúe y por consiguiente aparezca el riesgo de quedarnos sin *stock* en algún momento.

Para resolver este caso con las nuevas condiciones necesitaríamos conocer la distribución de probabilidad de la demanda. Como esto en general es difícil de saber, se usan distribuciones normales como una razonable aproximación.

El problema de la levadura — como lo vimos antes — se resuelve pidiendo 77 kg cuando quedaran 3,46 kg, teniendo en cuenta que la estrategia se basa en que el inventario se agota justo cuando llega la reposición. Una demanda de 1 kg más, que ocurra en el lapso que media entre el momento en que se hizo el pedido y el momento en que llega (lapso que hemos denominado tiempo *L*), agotaría el *stock* antes de tiempo.

Puede ocurrir que el tiempo ***entre pedidos*** varíe si el momento de realizar uno nuevo depende de una demanda probabilística. En ese caso, la demanda puede ser fluctuante mientras transcurre el tiempo de espera, y puede haber déficit. Entonces nos resulta conveniente tratar de conocer la posibilidad de agotar el *stock* antes de tiempo.